

תכנית ההוראה במתמטיקה עבור תלמידי 4 יח"ל בחטיבה העליונה

החל משנה"ל תשע"א

מבוא

החל ממועד הקיץ של שנה"ל תשע"א לא יהיה מיקוד בבגרות במתמטיקה. ביטול המיקוד יאפשר לכל מורה ללמד את תוכנית ההוראה שלו על סמך סדר מתודולוגי המתאים לו ולמקצוע ההוראה, בניגוד למצב שבו סדר ההוראה נקבע על סמך אילוץ חיצוני. תיאור זה הופיע בחוזר המנכ"ל הנוגע לביטול המיקוד:

ההחלטה לא לפרסם מיקוד התקבלה על פי המלצתה של ועדת המקצוע, והיא מתבססת על אופיו המיוחד של תחום הדעת מתמטיקה, הבנוי באופן היררכי ונשען על ידע ועל מיומנויות הנבנים נדבך על גבי נדבך.

ביטול המיקוד חידד עוד יותר את מצוקת השעות שבה נמצאים מורי המתמטיקה בחטיבה העליונה. במציאות הקיימת, מורים רבים אינם מספיקים ללמד את מלוא החומר במידת ההעמקה שהם חפצים בה.

כדי להתמודד עם המצוקה, עלינו לשלב שתי דרכים בעת ובעונה אחת: ארגון נכון של ההוראה, תוך ביסוס הקישוריות בין תחומים שונים, וצמצום של מקצת תכני הלימוד.

צמצום חומר הלימוד במתמטיקה הוא אמנם מהלך הכרחי, אך עלול גם לגרום לנזקים בהמשך. ברור לכל שבלי צמצום החומר, לא ניתן לעמוד במציאות הנוכחית בתוכנית ההיבחנות. מצד שני, אף אחד מאיתנו איננו מעוניין להגיע למצב שבו חצי דור של תלמידים יסיים את התיכון בתת-ידע מתמטי. אנו מעוניינים לשמור על הכבוד שרחשו בעבר המוסדות להשכלה גבוהה, בארץ ובעולם, לבגרות הישראלית במתמטיקה. צמצום יתר של החומר עלול להסיר את ההכרה של המוסדות להשכלה גבוהה באיכות הבגרות המתמטית של השנתונים הבאים. צמצום של חומר רב אמנם יקל על עומס ההוראה של המורים, אך עלול להביא לאי הכרה בבגרות במתמטיקה כתנאי קבלה להמשך לימודים. לכן צמצום החומר חייב להיות מידתי, ולא מעבר לכך.

במהלך צמצום החומר, עלינו להתחשב בחיסכון של זמן ההוראה הגלום בו, אך גם בשמירה על רמה סבירה של בוגרי בתי הספר התיכוניים. אחד השיקולים המרכזיים בבדיקת כל הצעה לצמצום החומר הוא האיזון הדק בין ההקלה על ההוראה של המורה מבחינת זמן, לבין כובד הפגיעה בידיעות ההכרחיות של כל תלמיד. תוכנית הצמצומים כוללת רק נושאים, רחבים או מצומצמים, שהם "זוללי" זמן מבלי שיש להם ערך מוסף הכרחי.

להלן מתפרסמות הדרכים המומלצות להתמודד עם הוראת המתמטיקה בחטיבה העליונה בכל אחת מרמות הלימוד ללא מיקוד.

א. מבנה הבחינה של כל שאלון בגרות.

ב. רשימת הנושאים שהוראתם איננה נדרשת בשאלוני הבגרות בכל אחת מרמות הלימוד.

- ג. טבלאות שעות הוראה לנושאים השונים במתמטיקה.
הטבלאות כוללות מבט כולל על החטיבה העליונה וכן חלוקה פנימית של נושאי ההוראה בכל כיתה. הטבלאות מתייחסות לשעות המינימום הנדרשות בכיתה שהרכב התלמידים בה אחיד, וכן לשעות המומלצות עבור כיתה שהרכב התלמידים בה איננו אחיד, וחלק מהתלמידים בה משובצים לרמת לימודים גבוהה מהמלצות מורי המתמטיקה בבית הספר.
הטבלאות מתייחסות למספר השעות הנדרש להוראה לאחר צמצום התכנים.
- ד. תוכנית הוראה מפורטת המומלצת לכל אחת משנות הלימוד. תוכנית ההוראה מבוססת על מספר מרכיבים :
1. הוראה לפי התוכנית ולפי מספר השעות המומלץ בכל נושא מאפשר לתלמיד הסביר לגשת לשאלוני הבגרות בהצלחה.
 2. תוכנית ההוראה מבוססת על קישורים בין נושאים שונים באופן שחוסך שעות הוראה בכל נושא בנפרד.
 3. תוכנית ההוראה הינה ספיראלית, באופן שאיננו דורש מכל תלמיד להגיע לשליטה מלאה בכל נושא בכל שלב. ניתן לדחות את ההגעה לרמת שליטה עד בחינות הבגרות עצמן.

מבנה שאלוני הבגרות ברמה של 4 יח"ל

שאלון א' (35804) – 65% משך השאלון: 3 וחצי שעות
פרק א – בחירה של 2 מתוך 3 (תהיה שאלה בכל נושא)
בעיות מילוליות גאומטרייה אנליטית הסתברות
פרק ב – בחירה של 2 מתוך 3
גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור. שאלה 4: שאלה שניתנת לפתרון בכלים גאומטריים, אך מותר לפתור אותה בעזרת כל כלי מתמטי מתוכנית הלימודים. שאלה 5: שאלה שניתנת לפתרון באמצעים גאומטריים או טריגונומטריים, אך מותר לפתור אותה במסגרת כל כלי מתמטי מתוכנית הלימודים. שאלה 6: שאלה שניתנת לפתרון בכלים טריגונומטריים, אך מותר לפתור אותה בעזרת כל כלי מתמטי מתוכנית הלימודים.
פרק ג – בחירה של 2 מתוך 3
חדו"א של פונקציות טריגונומטריות, פולינומים, רציונאליות ושורש ריבועי כולל שימוש באי שוויונות ריבועיים, רציונאליים, ואי-רציונאליים פשוטים.
שאלון ב' (35805) – 35% משך השאלון: 1 שעה ו-45 דקות
פרק אחד – בחירה של 3 מתוך 4
סדרות (לכל היותר שאלה אחת) בעיות גדילה ודעיכה (לכל היותר שאלה אחת) חדו"א של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (שאלה אחת או שתיים) טריגונומטרייה במרחב (לכל היותר שאלה אחת)

רשימת הנושאים שאינם כלולים בשאלוני הבגרות של 4 יח"ל.

מידת התרגול הדרוש בפרקים מסוימים יצטמצם ובהתאם לכך, צומצמו חלק מנושאי הלימוד. כך לדוגמא, הוראת טכניקה אלגברית נועדה בעיקרה להיות כלי עזר בשימושים מתמטיים שונים. לפיכך, ניתן לצמצם את כמויות התרגול באלגברה, מבלי לוותר על הבנה ועל פענוח מלל. כמו כן, ניתן לצמצם את כמויות התרגול הטכני בטריגונומטרייה, מבלי לוותר על הבנה ועל פענוח מלל. ניתן לראות את פירוט הדרישות בהמשך, באופן שיבהיר את הנדרש.

אלגברה וטכניקה אלגברית

1. חקירת משוואה ריבועית
2. אי שוויונות ריבועיים עם פרמטר למעט לצורך שימוש בחדו"א או בסדרות
3. אי שוויונות רציונאליים למעט לצורך שימוש בחדו"א או בסדרות
4. פתרון מערכת משוואות עם שני פרמטרים
5. נוסחאות ויאטה במספרים ממשיים
6. משוואות מעריכיות ואי שוויונות מעריכיים, למעט לצורך שימוש בחדו"א או בבעיות גדילה ודעיכה
7. משוואות לוגריתמיות ואי שוויונות לוגריתמיים, למעט לצורך שימוש בחדו"א או בבעיות גדילה ודעיכה
8. סדרות: שברים מחזוריים

גאומטרייה

9. שימוש במשפט והוכחתו: אם במעגל שני מיתרים נחתכים, אז מכפלת קטעי מיתר אחד שווה למכפלת קטעי המיתר השני.
10. שימוש במשפט והוכחתו: אם מנקודה מחוץ למעגל יוצאים שני חותכים, אז מכפלת חותך אחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך השני בחלקו החיצוני.
11. שימוש במשפט והוכחתו: אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק, אז מכפלת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.
12. שימוש במשפט והוכחתו: חוצה זווית חיצונית במשולש, שאינו מקביל לצלע המשולש, מחלק את הצלע שמול הזווית הצמודה לה חלוקה חיצונית ביחס של שתי הצלעות הכולאות את הזווית הפנימית הצמודה לה. (משפט חוצה זווית חיצונית במשולש)
13. חלוקה חיצונית של קטע ביחס נתון

טריגונומטרייה

14. שימוש בזהויות בטריגונומטרייה מעבר לשימושים הבאים :
- א. פתרון משוואות טריגונומטריות פשוטות במסגרת חדו"א
- ב. שימוש פשוט במסגרת שאלות טריגונומטריות במישור
15. הנוסחה למציאת $\tan(\alpha \pm \beta)$
16. גליל וחרוט : ייתכנו מקרים שבהם יידרש ידע על צורות אלה (נפח או שטח פנים) במסגרת בעיות קיצון בחדו"א או במסגרת שאלות מילוליות
17. מינסרה ישרה שבסיסה איננו מלבן או משולש
18. פירמידה ישרה שבסיסה איננו מלבן או משולש ישר זווית או משולש חד זווית
19. זווית בין שני מישורים
20. שימוש במשפט הסינוסים או במשפט הקוסינוסים בגופים במרחב
- חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
21. מציאת אסימפטוטות אופקיות בפונקציות מנה הכוללות ביטויים עם שורש
22. בעיות קיצון של פונקציות טריגונומטריות
23. מציאת משיק לגרף הפונקציה דרך נקודה שמחוץ לגרף הפונקציה
24. הרכבה של פונקציות מעריכיות וטריגונומטריות
25. הרכבה של פונקציות לוגריתמיות וטריגונומטריות

טבלאות שעות הוראה לנושאים השונים במתמטיקה בהיקף של 4 יח"ל

בטבלאות הבאות מוצגת ההצעה של הפיקוח על המתמטיקה לחלוקת שעות ההוראה בין הנושאים השונים הכלולים בתכנית הלימודים. הצעה זו נבדקה ואושרה על ידי מורים בכירים רבים כהצעה מומלצת שניתנת ליישום במגוון רחב של כיתות בעלי הרכבי אוכלוסייה שונים. הטבלה הראשונה מתבוננת על ההוראה בחטיבה העליונה כאל מיקשה אחת, ובכך נותנת תמונה כוללת לגבי המשקל היחסי שיש לתת לכל נושא בהוראת המתמטיקה. הטבלאות העוקבות מתייחסות למספר השעות הדרוש בכל אחת משנות הלימוד בנפרד, ובכך נותנות למורה כלי יסודי לארגון ההוראה בכל אחת משנות הלימוד.

לכל נושא הוגדר תחום השעות המתאים להוראתו, הכולל הוראה, תרגול ובחינות:

- שעות המינימום בכל נושא מתאימות לכיתה שהרכב התלמידים בה אחיד, ויש בה אווירת לימודים נאותה.
- שעות המקסימום נועדו לכיתה שהרכב התלמידים בה איננו אחיד, כי לומדים בה במשולב תלמידי 4 יח"ל עם תלמידי 5 יח"ל, או כי חלק מהתלמידים בה משובצים לרמת לימודים גבוהה מההמלצות של מורי המתמטיקה בבית הספר.

טבלת שעות הוראה כללית לנושאים השונים במתמטיקה לתלמידי 4 יח"ל

שעות הוראה מומלצות	נושא ההוראה
80 – 60	אלגברה
90 – 75	טריגונומטרייה
55 – 45	גאומטרייה
35 – 25	גאומטרייה אנליטית
125 – 105	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
30 – 25	הסתברות
35 – 25	סדרות
450 - 360	סך הכל

טבלת שעות הוראה לנושאי מתמטיקה בכיתה י' לתלמידי 4 יח"ל

שעות הוראה מומלצות	נושא ההוראה
25 – 20	טכניקה אלגברית
15 – 10	שאלות מילוליות
40 – 35	טריגונומטרייה במישור ובמרחב
25 – 20	גאומטרייה
10 – 5	גאומטרייה אנליטית
35 – 30	חשבון דיפרנציאלי
150 - 120	סך הכל

טבלת שעות הוראה לנושאי מתמטיקה בכיתה י"א לתלמידי 4 יח"ל

שעות הוראה מומלצות	נושא ההוראה
15 – 10	אלגברה (טכניקה ושאלות מילוליות)
25 – 20	טריגונומטרייה במישור ובמרחב
30 – 25	גאומטרייה
55 – 50	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
30 – 25	הסתברות
25 – 20	גאומטרייה אנליטית
180 - 150	סך הכל

טבלת שעות הוראה לנושאי מתמטיקה בכיתה י"ב לתלמידי 4 יח"ל

שעות הוראה מומלצות	נושא ההוראה
25 – 20	אלגברה
25 – 20	טריגונומטרייה במרחב
35 – 25	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
35 – 25	סדרות
120 - 90	סך הכל

פירוט תכנית ההוראה בכיתה י' עבור תלמידי 4 יח"ל

תכנית הוראה בכיתה י' היא התכנית המומלצת על ידי הפיקוח על המתמטיקה. תכנית ההוראה מבוססת על קישורים בין נושאים שונים באופן שמוביל לתובנה מתמטית, וחוסך שעות הוראה בכל נושא בנפרד. לדוגמא, כיוון שהוראת האלגברה נועדה להיות כלי עזר בשימושים מתמטיים שונים, ניתן ללמד חלק מהתכניקה האלגברית כאשר הצורך שלה עולה במסגרת נושא אחר כגון חדו"א. הוראה לפי התכנית ולפי מספר השעות המומלץ בכל נושא מאפשרת לתלמיד הסביר לגשת לשאלוני הבגרות בהצלחה. תכנית ההוראה הינה ספיראלית, באופן שאיננו דורש מכל תלמיד להגיע לשליטה מלאה בכל נושא בכל שלב. ניתן לדחות את ההגעה לרמת שליטה עד בחינות הבגרות עצמן. בכיתה י' נלמדים הנושאים הבאים: מבוא לגאומטרייה אנליטית, גאומטרייה, טריגונומטרייה, חדו"א ואלגברה. להלן פירוט התכנים הנלמדים בכיתה י' בכל אחד מהנושאים.

מבוא לגאומטרייה אנליטית

יש ללמד נושא זה בכיתה י' רק בעומק הדרוש לצורך שימושים שונים כגון פתרון בעיות, טריגונומטרייה או חשבון דיפרנציאלי. מרחק בין נקודות (אורך קטע), אמצע קטע. ישרים: משוואת ישר על פי שתי נקודות ועל פי שיפוע ונקודה, הקבלה, חיתוך וניצבות. מעגל: משוואת מעגל שמרכזו בראשית הצירים (לצורך הוראת המעגל הטריגונומטרי).

גאומטרייה אוקלידית

הוראת הגאומטרייה מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:
חטיבת ביניים: מבוא, משולשים, מרובעים ותכונותיהם.
כיתה י': פרופורציה ודמיון.
כיתה י"א: מעגל, קטעים פרופורציוניים במשולש ישר זווית ודמיון במעגל.

פירוט התכנים לכיתה י':

משפט תאלס, המשפט ההפוך לו והמשפטים הנובעים מהם.
דמיון משולשים ומצולעים.
מפגש התיכונים במשולש, חלוקה פנימית של קטע ביחס נתון.
משפט חוצה זווית פנימית במשולש.
שלושת משפטי הדמיון של משולשים (לא תידרשנה הוכחות המשפטים).
היחס במשולשים דומים בין היקפים, תיכונים, חוצי זווית, גבהים ורדיוסי מעגלים חוסמים ומעגלים חסומים. היחס בין שטחי משולשים דומים.
היחס בין היקפים והיחס בין שטחים במצולעים דומים (לא תידרש הוכחה).
בשל הקושי המושגי הכרוך בהבנת מקום גאומטרי, מומלץ לדחות לסוף כיתה י' את הוראת הנושאים הבאים: האנך האמצעי וחוצה זווית כמקומות גאומטריים, מפגש אנכים אמצעיים במשולש כמרכז מעגל חוסם, מפגש חוצי זווית במשולש כמרכז מעגל חוסם.
מלבד המקומות בהם הדבר מצוין במפורש, נדרש להכיר את כל ההגדרות, המשפטים, והוכחותיהם. במסגרת לימודי כיתה י' יש לחזור ולהעמיק תכנים של חטיבת הביניים:

חישוב של שטחים והיקפים של מצולעים. חפיפת משולשים על סמך ארבעת משפטי החפיפה. הגדרות, משפטים, הוכחותיהם ויישומם. משולשים, ומרובעים: תכונותיהם, משפטים, הוכחותיהם ויישומם. תיכונים וגבהים. משפט פיתגורס.

הערה: שאלות בגאומטרייה אוקלידית ניתן לפתור בשיטות של גאומטרייה אוקלידית או בכל דרך אחרת.

טריגונומטרייה:

הוראת הטריגונומטרייה מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:

כיתה י': מעגל טריגונומטרי, פונקציות טריגונומטריות, זהויות ומשוואות בסיסיות, יישומים בסיסיים במישור ובמרחב.

כיתה י"א: זהויות ומשוואות מתקדמות, יישומים מתקדמים במישור והרחבת היישומים במרחב.

במקביל נלמדת חדו"א של פונקציות טריגונומטריות.

כיתה י"ב: יישומים במרחב.

פירוט התכנים לכיתה י':

מחזוריות, היקף המעגל ושטחו, אורך קשת ושטח גזרה, שיטות שונות למדידת זוויות מרכזיות במעגל (מעלות, רדיאנים או אורך קשת על מעגל יחידה). הפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס, במעגל היחידה, ותיאורן הגרפי. הקשר של פונקצית הטנגנס לשיפוע של ישר. הכרת הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות, של זוויות משלימות לזווית ישרה, של זוויות המשלימות לזווית שטוחה, בעזרת שימוש במעגל היחידה. מחזוריות הפונקציות. חישוב ערכי הפונקציות לזוויות מיוחדות. הזוגיות או אי-הזוגיות של הפונקציות הטריגונומטריות. תאור גרפי ופירושו (מחזור, נקודות חיתוך עם צירים, נקודות מקסימום ומינימום, תחומי חיוביות שליליות, עלייה וירידה), ושל הזזות ומתיחות של פונקציות טריגונומטריות.

פתרון משוואות, תוך הדגשת משמעות מעגל היחידה בפתרון, מהצורה $\sin(ax + b) = c$, $\cos \alpha = \cos \beta$, $\sin \alpha = \sin \beta$, $a \cdot \sin x \pm b \cdot \cos x = 0$, $\tan(ax + b) = c$, $\cos(ax + b) = c$, $\tan \alpha = \tan \beta$, פתרון כללי ופתרון בתחום נתון. שימוש בטכניקה אלגברית (כגון פירוק לגורמים ופתרון משוואה ריבועית) לפתרון משוואות טריגונומטריות. זהויות:

יידרש שימוש בזהויות לפתרון בעיות במישור, ומשוואות טריגונומטריות (במסגרת חדו"א בלבד).

פתרון בעיות במישור: פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית.

הכרת משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים ושימוש בסיסי בהם להתרת משולש כללי.

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

יישומים בקובייה ובתיבה: יש לחשוף את התלמידים לנושא של טריגונומטרייה במרחב כבר בכיתה י' למרות שבחינת הבגרות בנושא היא בכיתה י"ב.

ישר מאונך למישור, זווית בין קטעים (מקצועות או אלכסונים), פתרון משולשים ישרי זווית בקובייה ובתיבה.

תכניית ההוראה במתמטיקה עבור תלמידי 4 יח"ל בחטיבה העליונה החל משנה"ל תשע"א

חשבון דיפרנציאלי:

הוראת חשבון דיפרנציאלי מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:

כיתה י': הנגזרת ושימושיה בפונקציות פשוטות (כגון פולינומים).

כיתה י"א: הנגזרת ושימושיה בפונקציות רציונאליות, טריגונומטריות ופונקציות שורש ריבועי.

כיתה י"ב: במקביל נלמד חשבון אינטגרלי של פונקציות פשוטות, מנה וטריגונומטריות. הנגזרת ושימושיה בפונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות. במקביל נלמד חשבון אינטגרלי של פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות.

פירוט התכנים לכיתה י':

מושגי יסוד: משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. נקודות חיתוך עם צירים, עלייה וירידה, זוגיות ואי זוגיות. המשמעות האלגברית והגרפית של

נקודות חיתוך של פונקציות, של $f(x) > g(x)$, $f(x) - g(x)$ וכד'.

הנגזרת של x^k (טבעי או 0). נגזרת של פולינום (כולל $(cf(x))'$, $(f(x) \pm g(x))'$. שימושי הנגזרת:

א. משוואת משיק

ב. חקירת פונקציות: נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, חיתוך עם הצירים.

ג. בעיות ערך קיצון (כולל קיצון בקצות קטע סגור).

ד. מציאת פונקציה קדומה לפונקציה הנגזרת.

אלגברה

הוראת אלגברה מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא :

כיתה י' : מבוא לגאומטרייה אנליטית, טכניקה אלגברית בסיסית, ושאלות מילוליות.

כיתה י"א : שאלות מילוליות, גאומטרייה אנליטית

כיתה י"ב : אלגברה של מעריכים ולוגריתמים, בעיות גדילה ודעיכה

סדרות

פירוט התכנים לכיתה י' :

הוראת האלגברה בכיתה י' נועדה בעיקרה להיות כלי עזר בשימושים מתמטיים שונים. לפיכך, יש לצמצם את התרגול הטכני באלגברה, מבלי לוותר על הבנה ועל פענוח מלל.

חזרה והעמקה בחומר של חטיבת הביניים (תוך כדי הוראת הנושאים החדשים) : פירוק לגורמים על ידי הוצאת גורם משותף, ועל פי נוסחאות הכפל המקוצר. פירוק הטרינום (אפשר על ידי פתרון המשוואה הריבועית המתאימה, או על ידי השלמה לריבוע). שימושי הפירוק לגורמים לפעולות חשבון בשברים אלגבריים, לפתרון משוואות ואי-שוויונות. פתרון משוואות ממעלה ראשונה ושנייה ומערכות משוואות עם שני משתנים. חוקי החזקות. חזקה עם מעריך שלם.

פתרון משוואות ממעלה ראשונה (כולל פרמטר אחד).

פתרון מערכת משוואות ליניאריות עם שני משתנים ופרמטר אחד, הקשר בין ערכי הפרמטר לבין מספר הפתרונות (פתרון יחיד, אינסוף פתרונות, אף פתרון). המשמעות הגרפית של מספר הפתרונות (ישרים נחתכים, מקבילים או מתלכדים).

מערכת משוואות ממעלה שנייה, לכל היותר. לא תידרש חקירת משוואה או מערכת משוואות ששתיהן ממעלה שנייה (מספר הפתרונות וכד').

משוואות הנפתרות על ידי הצבה (כמו משוואה דו-ריבועית). משוואות אי-רציונאליות (רק ברמה הנדרשת לצורך חקירת פונקציות).

אי-שוויונות ממעלה ראשונה ואי שוויונות ממעלה שנייה בלי פרמטר.

אי-שוויונות רציונאליים ללא פרמטרים – אי שוויונות שמהם ניתן להגיע לאי-שוויונות מהצורה

כאשר רק $f(x)$ או $g(x)$ הם פולינומים ממעלה שנייה, לכל היותר, ורק בהקשרים של חקירת

פונקציות .

שורשים : מכפלת שורשים ומנתם, הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה.

פתרון של שאלות מילוליות.

פירוט תכנית ההוראה בכיתה י"א עבור תלמידי 4 יח"ל

תכנית הוראה בכיתה י"א היא התכנית המומלצת על ידי הפיקוח על המתמטיקה. תכנית ההוראה מבוססת על קישורים בין נושאים שונים באופן שמוביל לתובנה מתמטית, וחוסך שעות הוראה בכל נושא בנפרד. לדוגמא, כיוון שהוראת האלגברה נועדה להיות כלי עזר בשימושים מתמטיים שונים, ניתן ללמד חלק מהטכניקה האלגברית כאשר הצורך שלה עולה במסגרת נושא אחר כגון חדו"א. הוראה לפי התכנית ולפי מספר השעות המומלץ בכל נושא מאפשרת לתלמיד הסביר לגשת לשאלוני הבגרות בהצלחה. תכנית ההוראה הינה ספיראלית, באופן שאיננו דורש מכל תלמיד להגיע לשליטה מלאה בכל נושא בכל שלב. ניתן לדחות את ההגעה לרמת שליטה עד בחינות הבגרות עצמן. בכיתה י"א נלמדים הנושאים הבאים: גאומטרייה, טריגונומטרייה, חדו"א, אלגברה והסתברות. להלן פירוט התכנים הנלמדים בכיתה י"א בכל אחד מהנושאים.

גאומטרייה אוקלידית

הוראת הגאומטרייה מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:
כטיבת ביניים: מבוא, משולשים, מרובעים ותכונותיהם.
כיתה י': פרופורציה ודמיון.
כיתה י"א: מעגל, קטעים פרופורציוניים במשולש ישר זווית ודמיון במעגל.

פירוט התכנים לכיתה י"א:

לימוד או חזרה והעמקה של חומר מחטיבת הביניים: המעגל.
חזרה והעמקה של חומר מכיתה י'.
קטעים פרופורציוניים במשולש ישר זווית. משפטים: הגובה ליתר מחלק את המשולש לשני משולשים הדומים לו. הגובה ליתר הוא ממוצע גיאומטרי של היטלי הניצבים על היתר. הניצב הוא ממוצע גיאומטרי של היתר והיטל הניצב על היתר.
דמיון משולשים במעגל.

הערה: שאלות בגאומטרייה אוקלידית ניתן לפתור בשיטות של גאומטרייה אוקלידית

או בכל דרך אחרת.

טריגונומטרייה:

הוראת הטריגונומטרייה מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:
כיתה י': מעגל טריגונומטרי, פונקציות טריגונומטריות, זהויות ומשוואות בסיסיות, יישומים בסיסיים במישור ובמרחב.
כיתה י"א: זהויות ומשוואות מתקדמות, יישומים מתקדמים במישור והרחבת היישומים במרחב.
במקביל נלמדת חדו"א של פונקציות טריגונומטריות.
כיתה י"ב: יישומים במרחב.

פירוט התכנים לכיתה י"א :

יש לצמצם את התרגול הטכני בטריגונומטרייה, מבלי לוותר על הבנה ועל פענוח מלל. הזוויות עבור $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\sin(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$, ושימוש בהן. שימוש בזהויות יידרש רק לפתרון בעיות ומשוואות טריגונומטריות (פתרון כללי ופתרון בתחום נתון) לבעיות במישור, ובמסגרת חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי. חזרה והעמקה של השימוש במשפט הסינוסים ובמשפט הקוסינוסים בבעיות במישור. יישומים במישור, תוך שימוש במשפטים מגאומטרייה אוקלידית ובזהויות טריגונומטריות. בפתרון בעיות גיאומטריות במישור (כולל בעיות טריגונומטריות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי) יידרש שימוש בתכונות הגאומטריות של הצורות השונות, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות. יישומים במרחב: יש לחשוף את התלמידים לנושא של טריגונומטרייה במרחב כבר בכיתה י' ובכיתה י"א למרות שבחינת הברות בנושא היא בכיתה י"ב. התלמידים יכירו את תכונות הגופים הבאים כולל חישוב שטח פנים, שטח מעטפת ונפח: קובייה, תיבה, מנסרה ישרה שבסיסה מצולע כלשהו, גליל ישר וחרוט ישר. בגופים אלה (מלבד גליל ישר וחרוט ישר) התלמידים יישמו את ההגדרות, המושגים והמשפטים הבאים: ישר מאונך למישור, זווית בין קטעים, זיהוי היטל של משופע על מישור, זווית בין משופע למישור, משפט שלושת האנכים, פתרון משולשים ישרי זווית בגופים שברשימה.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי :

הוראת חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא :

כיתה י' : הנגזרת ושימושיה בפונקציות פשוטות (כגון פולינומים).

כיתה י"א : הנגזרת ושימושיה בפונקציות רציונאליות, טריגונומטריות ופונקציות שורש ריבועי.

חשבון אינטגרלי של פונקציות פשוטות, מנה וטריגונומטריות.

כיתה י"ב : הנגזרת ושימושיה בפונקציות חזקה, פונקציות מעריכות ולוגריתמיות.

חשבון אינטגרלי של פונקציות חזקה, פונקציות מעריכות ולוגריתמיות.

פירוט התכנים לכיתה י"א :

חזרה, העמקה והרחבה של נגזרות של פונקציות שנלמדו בכיתה י'. תידרש שליטה בחשבון דיפרנציאלי של הפונקציות הבאות: פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות (מנה של פולינומים), פונקציות טריגונומטריות, פונקציות שורש ריבועי. נגזרת של סכום, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת (שני שלבים בלבד) של כל הפונקציות. מציאת פונקציה קדומה לכל הנגזרות של הפונקציות שצוינו לעיל. שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או למציאת משוואת משיק לגרף, בנקודה שעל גרף הפונקציה.
- לפתרון בעיות קיצון בתחום פתוח ובתחום סגור (מכל הסוגים כולל בעיות נפח ושטח פנים של גופים פשוטים, וכולל קיצון בקצה קטע סגור). לא תידרש בעיית קיצון הכוללת פונקציות טריגונומטריות.

תכנית ההוראה במתמטיקה עבור תלמידי 4 יח"ל בחטיבה העליונה החל משנה"ל תשע"א

- לחקירת פונקציה ושרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מאונכות לציר x (בכל סוגי הפונקציות), ואסימפטוטות מאונכות לציר y (רק בפונקציות רציונאליות).
 לכל הפונקציות המצוינות למטה יידרש אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, אינטגרלים מידיים, אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע, אינטגרל של פונקציה מורכבת רק כאשר הפונקציה הפנימית היא ליניארית. מציאת פונקציה על פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה. האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים.
 האינטגרלים בפרק זה כוללים: פונקציות פולינום, פונקציות טריגונומטריות (כולל שימוש בזהויות),

פונקציות מנה שניתן להביא אותן לצורה $\frac{c}{\sqrt{ax+b}}$, או $\frac{c}{(ax+b)^n}$ (שלם, $n \neq 1$).

אלגברה

הוראת אלגברה מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:

- כיתה י': מבוא לגאומטרייה אנליטית, טכניקה אלגברית בסיסית, ושאלות מילוליות.
 כיתה י"א: שאלות מילוליות, גאומטרייה אנליטית
 כיתה י"ב: אלגברה של מעריכים ולוגריתמים, בעיות גדילה ודעיכה, סדרות

פירוט התכנים לכיתה י"א:

שאלות מילוליות:

שאלות תנועה, שאלות קנייה ומכירה (כולל התייקרויות והוזלות עוקבות באחוזים). שאלות גאומטריות: שטחים והיקפים של צורות המורכבות ממלבנים, משולשים וחלקי מעגל (מעגל, חצי מעגל, או רבע מעגל), נפח ושטח פנים של תיבה וגליל, ונפח של מנסרה משולשת.
 בכל הנושאים עשויות להיות שאלות עם אחוזים, ובגאומטרייה יידרש משפט פיתגורס. **גאומטרייה**

אנליטית:

מעגל: משוואת מעגל כללי $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$.

חיתוך של מעגל וישר, חיתוך של שני מעגלים, משיק למעגל בנקודה שעל המעגל (כתנאי ניצבות). מעגל המשיק לאחד או שני הצירים.

הסתברות

הסתברות קלאסית: אקראיות, מרחב הסתברות סופי, חוקי ההסתברות, מאורעות בלתי תלויים, מאורעות תלויים, הסתברות מותנית, נוסחת בייס, מרחב דו-שלבי ותלת שלבי (טבלאות ועצים). התפלגות בינומית (נוסחת ברנולי).
 הערה: יש ללמד קומבינטוריקה רק לצורכי ההתפלגות הבינומית.

פירוט תכנית ההוראה בכיתה י"ב עבור תלמידי 4 יח"ל

תכנית הוראה בכיתה י"ב היא התכנית המומלצת על ידי הפיקוח על המתמטיקה. תכנית ההוראה מבוססת על קישורים בין נושאים שונים באופן שמוביל לתובנה מתמטית, וחוסך שעות הוראה בכל נושא בנפרד. לדוגמא, כיוון שהוראת האלגברה נועדה להיות כלי עזר בשימושים מתמטיים שונים, ניתן ללמד חלק מהתכניקה האלגברית כאשר הצורך שלה עולה במסגרת נושא אחר כגון חדו"א. הוראה לפי התכנית ולפי מספר השעות המומלץ בכל נושא מאפשרת לתלמיד הסביר לגשת לשאלוני הבגרות בהצלחה. תכנית ההוראה הינה ספיראלית, באופן שאיננו דורש מכל תלמיד להגיע לשליטה מלאה בכל נושא בכל שלב. ניתן לדחות את ההגעה לרמת שליטה עד בחינות הבגרות עצמן.

בכיתה י"ב נלמדים הנושאים הבאים: אלגברה וחדו"א של חזקות מעריכים ולוגריתמים, סדרות וטריגונומטרייה במרחב. להלן פירוט התכנים הנלמדים בכיתה י"ב בכל אחד מהנושאים.

אלגברה

הוראת אלגברה מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:

כיתה י': מבוא לגאומטרייה אנליטית, טכניקה אלגברית בסיסית, ושאלות מילוליות.
כיתה י"א: שאלות מילוליות, גאומטרייה אנליטית
כיתה י"ב: אלגברה של מעריכים ולוגריתמים, בעיות גדילה ודעיכה, סדרות

פירוט התכנים לכיתה י"ב:

חזקות ומעריכים:

חוקי החזקות. חזקה עם מעריך רציונאלי.
שורשים: הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה.
פונקציות מעריכיות תכונותיהן ותיאורן הגרפי.
משוואות מעריכיות, על פי הנדרש ביישומים של חדו"א או בבעיות גדילה ודעיכה.
אי-שוויונות מעריכיים פשוטים (אי-שוויונות שמהם ניתן להגיע לצורה $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$, מספר קבוע, $a > 0$, ומובילים לכל היותר לאי-שוויון ריבועי).

לוגריתמים:

לוגריתם בבסיס כלשהו, לוגריתם של מכפלה, מנה, חזקה ושורש. מעבר לוגריתם מבסיס לבסיס.
הפונקציות הלוגריתמיות תכונותיהן ותיאורן הגרפי.
משוואות לוגריתמיות, על פי הנדרש ביישומים של חדו"א או בבעיות גדילה ודעיכה.
אי-שוויונות פשוטים (אי-שוויונות מהם ניתן להגיע לצורה $\log_a f(x) \geq \log_a g(x)$, מספר קבוע,

$$a > 0, a \neq 1, \log_a f(x) > 1, \log_4(x^2 - 3x) > 1$$

$$\log_{0.2}(x^2 + 1) > \log_{0.2}(2x + 1), \text{ אשר מובילים לכל היותר לאי שוויון ריבועי.}$$

בעיות גדילה ודעיכה:

גדילה מעריכית ודעיכה מעריכית, זמן מחצית חיים.

סדרות

סדרה חשבונית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) – איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך.
סדרה הנדסית סופית ואינסופית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) – איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך.
סדרות כלליות לפי מקום ולפי נוסחת נסיגה, מבלי שיידרש המעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה או להיפך.
סדרות מעורבות.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:

הוראת חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי מפוצלת לשנות לימוד באופן הבא:
כיתה י': הנגזרת ושימושיה בפונקציות פשוטות (כגון פולינומים).
כיתה י"א: הנגזרת ושימושיה בפונקציות רציונאליות, טריגונומטריות ופונקציות שורש ריבועי.
חשבון אינטגרלי של פונקציות פשוטות, מנה וטריגונומטריות.
כיתה י"ב: הנגזרת ושימושיה בפונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות.
חשבון אינטגרלי של פונקציות חזקה, פונקציות מעריכות ולוגריתמיות.

פירוט התכנים לכיתה י"ב:

נגזרות של פונקציות מעריכיות, פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), ופונקציות לוגריתמיות, כולל שילוב שלהן עם פונקציות פולינום, ופונקציות רציונאליות.
נגזרת של סכום, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת (שני שלבים בלבד) של כל הפונקציות. מציאת פונקציה קדומה לכל הנגזרות של הפונקציות שצוינו לעיל.
שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או למציאת משוואת משיק לגרף, בנקודה שעל גרף הפונקציה.
- לחקירת פונקציה ושרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול תחום הגדרה, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים (בכל סוגי הפונקציות) בהתאם לפירוט הבא:
אסימפטוטות מקבילות לצירים בפונקציות הכוללות אלמנטים מעריכיים ולוגריתמיים ידרשו עבור a^x , e^x , $\log_a x$, $\ln x$ ושילובים פשוטים שלהם.
עבור $a^{f(x)}$, $e^{f(x)}$, $\log_a f(x)$, $\ln f(x)$ יידרשו אסימפטוטות רק כאשר מציאתן פשוטה.
לא יידרשו אסימפטוטות עבור מכפלות או מנות של פונקציות חזקה עם אחת הפונקציות הללו.
חשבון אינטגרלי של פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), הפונקציות המעריכיות ושל פונקציות אשר הקדומה שלהן היא לוגריתמית: האינטגרל של x^r , e^x , a^x , $\frac{1}{x}$ וכן $[f(x)]^r$, $e^{f(x)}$, $a^{f(x)}$, $\frac{1}{f(x)}$, כאשר $f(x)$ לינארית, ושילובן בפונקציות רציונאליות.

תכנית ההוראה במתמטיקה עבור תלמידי 4 יח"ל בחטיבה העליונה החל משנה"ל תשע"א

אינטגרלים מידיים. אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע. אינטגרל של פונקציה שקדומתה מורכבת כאשר הפונקציה הפנימית היא ליניארית. אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, מציאת פונקציה על פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה. האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים.

טריגונומטרייה במרחב:

יישומים במרחב הדורשים שימוש במשפטים בגאומטרייה ובהוויות טריגונומטריות. חישובים במרחב של: זוויות, אורכי קטעים, שטחים (כמו מעטפת או שטח פנים), ונפחים בגופים הישרים: תיבה (כולל קובייה), מנסרה משולשת, פירמידה שבסיסה מלבן או משולש ישר-זווית או משולש חד-זוויות. שימושים בתכונות של גליל וחרוט תישאר במסגרת בעיות קיצון או שאלות מילוליות בשאלונים השונים.

בפתרון בעיות יידרש שימוש בתכונות הגאומטריות של הצורות והגופים השונים, בהוויות ובפונקציות הטריונומטריות. בבעיות במרחב יידרש שימוש גם במושגים: זווית בין ישרים, ישר ניצב למישור, ישר משופע למישור, זווית בין ישר למישור.

לצורך פתרון הבעיות ייתכן שימוש של הזהויות שנלמדו בטריגונומטרייה למציאת זוויות. פתרון

מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית, נוסחת שטח המשולש $S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$.