

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
תשע"א, מועד ב'
מספר השאלון: 306, 035006
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה שאלון ו'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים
- | | | |
|--------------|---|-----------------------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה |
| פרק שני | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, |
| טריגונומטריה | — | סה"כ |
- 33 $\frac{1}{3}$ — 33 $\frac{1}{3} \times 1$ — 33 $\frac{1}{3}$ נקודות
- 66 $\frac{2}{3}$ — 33 $\frac{1}{3} \times 2$ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה. סמן את מספרה בלבד.
 - (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 - (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1. רוכב אופניים יצא ממושב A אל מושב B, ולאחר $\frac{1}{2}$ שעה יצא רוכב אופניים שני ממושב B אל מושב A.
- הרוכבים נפגשו לאחר שהרוכב השני עבר $\frac{1}{4}$ מהמרחק שבין B ל-A.
- ביום אחר יצא רוכב האופניים הראשון ממושב A למושב B $\frac{1}{2}$ שעה אחרי שרוכב האופניים השני יצא ממושב B אל מושב A. הרוכבים נפגשו באמצע הדרך שבין A ל-B. מהירויות הרוכבים לא השתנו.
- א. חשב את היחס בין מהירות הרוכב הראשון ובין מהירות הרוכב השני.
- ב. ידוע שאם שני הרוכבים יוצאים באותו רגע זה לקראת זה, הם נפגשים במרחק b ק"מ מאמצע הדרך שבין A ל-B.
- הבע באמצעות b את הדרך שבין A ל-B.
2. א. היעזר בנוסחה לסכום של סדרה חשבונית, והוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:
 $(1 + 2 + 3 + \dots + n)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$
- ב. נתונה המשוואה $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (2n - 1)^3 = 5,832,225$.
n הוא מספר טבעי.
מצא כמה מחוברים יש באגף השמאלי של המשוואה.

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה (66 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\cos x}$.

א. מצא אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית.
נמק.

ב. בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
נמק.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה. ציין ערכים על ציר ה- x .

ג. לסרטוט שסרטטת בתת-סעיף ב (3) הוסף סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-2\pi \leq x \leq 0$. ציין ערכים על ציר ה- x .

ד. השטח ברביע הראשון המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי הישר $y = 2$, על ידי הישר $x = \frac{\pi}{2}$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y , מסתובב סביב ציר ה- x . מצא את הנפח של גוף הסיבוב שנוצר.

ה. בתחום שבין $-\infty$ ל- ∞ , רשום בצורה כללית את השיעורים:

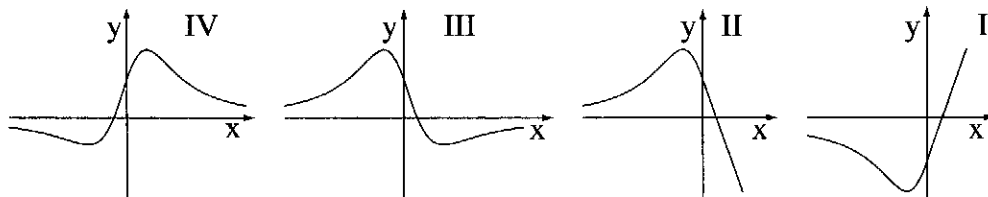
(1) של נקודות המינימום של הפונקציה $f(x)$.

(2) של נקודות המקסימום של הפונקציה $f(x)$.

4. נתונה הנגזרת השנייה של הפונקציה $f(x)$: $f''(x) = \frac{-6x^2 - 3x + 3}{\sqrt{(1+x^2)^5}}$.

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

א. מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך, איזה גרף מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$?
 נמק.

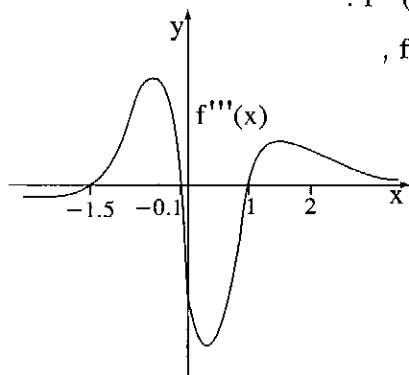


ב. (1) מצא תחומי קעירות כלפי מטה \cap ותחומי קעירות כלפי מעלה \cup של הפונקציה $f(x)$. נמק.

(2) היעור בגרף של $f'(x)$ שבסעיף א, ומצא בין אילו שני מספרים שלמים עוקבים נמצא שיעור ה- x של נקודת הקיצון של $f(x)$. נמק.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, אם ידוע כי הגרף חותך את ציר ה- x רק בנקודה אחת שבה $x = 3$.

לפניך סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת השלישית $f'''(x)$.



ג. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f'''(x)$,

על ידי ציר ה- x וציר ה- y

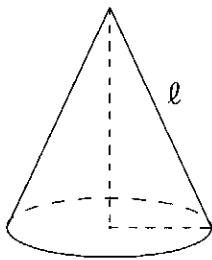
ועל ידי הישר $x = 2$ בתחום $x \geq 0$.

ד. על פי הגרף של $f'(x)$ שבסעיף א,

הסבר מדוע הגרף של פונקציית

הנגזרת השלישית $f'''(x)$ חותך

את ציר ה- x בשלוש נקודות.



5. נתון כי מבין כל החרוטים הישרים שאורך הקו היוצר

שלהם הוא l (ראה ציור),

רדיוס החרוט בעל הנפח המקסימלי הוא $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

מצא את האורך l .

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך